|  |  |
| --- | --- |
| C:\Users\Βασίλης\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCache\Content.Word\NEW ASKISIOLOGIO.GR.PNG | **ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΗ ΣΥΛΛΟΓΗ ΑΣΚΗΣΕΩΝ****ΤΑΞΗ:** Γ ΛΥΚΕΙΟΥ**ΜΑΘΗΜΑ:** ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**ΚΑΦΑΛΑΙΟ:** ΟΡΙΑ-ΣΥΝΕΧΕΙΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ**ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ:** ΜΠΟΖΑΤΖΙΔΗΣ ΒΑΣΙΛΗΣ |



**ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ FAST FOOD ΣΕ ΟΡΙΑ ΚΑΙ ΣΥΝΕΧΕΙΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ**

**ΟΡΙΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ**

**1.** Αν  . Να βρείτε το .

**2.** Να υπολογίσετε το .

**3.** Να υπολογίσετε το .

**4.** Αν  να υπολογίσετε το  αν υπάρχει.

**5.** Να υπολογίσετε το όριο 

**6.** Nα υπολογίσετε το .

**7.** Να υπολογίσετε τα παρακάτω όρια:

α)  β)  γ) 

**8.** Αν  , να υπολογίσετε το όριο .

**9.** Να υπολογίσετε το  αν .

**10.** Αν , να υπολογίσετε το 

**11.** Να υπολογίσετε το  αν .

**12.** Να υπολογίσετε τα όρια:

α)  β) 

γ)  δ) 

ε) 

**13.** Να υπολογίσετε το όριο .

**ΣΥΝΕΧΕΙΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ**

**1.** Να εξετάσετε αν οι παρακάτω συναρτήσεις είναι συνεχείς στα σημεία : α)  β) 

**2.** Δίνεται η συνάρτηση 

Για ποιες τιμές των , η συνάρτηση αυτή είναι συνεχής στο 0;

**3.** Η συνάρτηση f είναι συνεχής στο 2 και, για κάθε τιμή του , ισχύει η σχέση . Να υπολογίσετε το .

**4.** Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο 0 και, για κάθε τιμή του , ισχύει

, να βρεθεί η τιμή .

**5.** Να μελετηθούν ως προς τη συνέχεια οι συναρτήσεις:

α)  β) 

**6.** Έστω συνάρτηση , με  για κάθε

. Να βρεθεί η τιμή f(0) και , αν η f είναι συνεχής στο 0, να δειχθεί ότι είναι συνεχής στο πεδίο ορισμού της.

**ΛΥΣΕΙΣ**

askisiologio@gmail.com

www.askisiologio.edu.gr

**ΟΡΙΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ**

**1.** Πρέπει  και  , οπότε . Άρα το πεδίο ορισμού είναι  και έτσι έχει νόημα η αναζήτηση του ορίου στο 5. Έχουμε:

.

**2.** Είναι 

Για  είναι , άρα  και , άρα .

Οπότε 





Για  είναι , άρα  και , άρα .

Προσοχή! Σε ότι αφορά τον υπολογισμό του ορίου, όταν  μας ενδιαφέρει για απείρως κοντά στο 2 από δεξιά, οπότε .

Επίσης 



Είναι,  άρα δεν υπάρχει το ζητούμενο όριο.

**3.** Θέτουμε  και όταν , τότε .

Τότε 



**4.** Θέτουμε , με .

Τότε 



Επομένως .

**5.** Είναι 

και δεδομένου ότι  το όριο γίνεται :



**6.** Έχουμε 

παρατηρούμε ότι :  , οπότε από κριτήριο παρεμβολής θα είναι .

**7.** α) Είναι  , αφού  και  κοντά στο -1.

β) Είναι  , αφού  και  κοντά στο 0.

γ) Είναι

*  αφού  και  καθώς .
*  αφού  και  καθώς 

Άρα δεν υπάρχει το όριο .

**8.** Εάν  (1).

Τότε .

**9.** Είναι , αφού  με  κοντά στο 2.

Επιπλέον έχουμε .

Οπότε το όριο γίνεται: 

**10.** Έχουμε  (1) και  (1) ενώ το  δεν διατηρεί σταθερό πρόσημο εκατέρωθεν του 2.

Γράφουμε  $(2)$ και εξετάζω τις περιπτώσεις :

* x < 2 τότε:

 (3)

τότε η (2) λόγω των (1),(3) γίνεται  (4)

* x > 2 τότε:

 (5)

τότε η (2) λόγω των (1),(5) γίνεται  (6).

Τελικά από (4) , (6) δεν υπάρχει το .

**11.** Για x κοντά στο 1 θεωρούμε  με



\*όχι με ισοδυναμίες διότι δεν γνωρίζω αν ορίζεται το όριο της f στο 1.

**12.**

α) 

β) 

γ) 

δ) 

ε) 

**13.** Είναι 





**ΣΥΝΕΧΕΙΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ**

**1.** α) Έχουμε  και . Άρα με  η συνάρτηση f δεν είναι συνεχής στο 1.

β) Είναι . Άρα η συνάρτηση g είναι συνεχής στο .

**2.** Για να είναι η συνάρτηση fσυνεχής στο 0, πρέπει .

Είναι 

και .

Άρα πρέπει  .

Είναι η συνάρτηση f συνεχής στο 0, για κάθε  με .

**3.** Είναι η συνάρτηση f συνεχής στο , άρα .

Είναι  , οπότε

.

Άρα .

**4.** Είναι 

 .

Όμως  και  άρα από το κριτήριο παρεμβολής προκύπτει 

**5.** α) Είναι η συνάρτηση f συνεχής στο  ως πηλίκο συνεχών συναρτήσεων και στο  ως πολυωνυμική. Στο  είναι , οπότε . Άρα η συνάρτηση f συνεχής στο .

β) Πρέπει .

Η συνάρτηση 2xημx είναι συνεχής στο ως γινόμενο συνεχών συναρτήσεων , η συνάρτηση  είναι συνεχής στο  ως πηλίκο συνεχών συναρτήσεων και η συνάρτηση

είναι συνεχής στο  ως σύνθεση συνεχών συναρτήσεων. Άρα η συνάρτηση g είναι συνεχής στο  ως άθροισμα συνεχών συναρτήσεων.

**6.** Για η σχέση  γίνεται 



 . Θέτω 

Έτσι 

**ΟΠΟΙΟΣ ΕΠΙΜΕΝΕΙ…ΝΙΚΑ**

askisiologio@gmail.com

www.askisiologio.gr